

Wahrscheinlichkeitsrechnung (I)

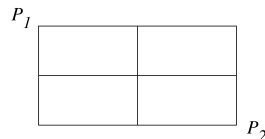
Übungsblatt

1. Für das Werfen eines gezinkten Würfels gelte folgende Wahrscheinlichkeitstabelle:

Augenzahl ω	1	2	3	4	5	6
$P(\omega)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$

Berechne die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

- (a) $A = \{\text{keine gerade Augenzahl}\}$ (b) $B = \{\text{Augenzahl ist grösser als 4}\}$
 (c) $\bar{A}$ (d) $A \cap B$ (e) $A \cup B$ (f) $\bar{A} \cup B$ (g) $A \setminus B$
2. Eine Kommission zählt sieben Mitglieder: $A, B, \dots, G$. Zuerst wird durch das Los der Präsident aus allen sieben Mitgliedern gewählt, anschliessend wiederum durch das Los der Vizepräsident aus den übrigen Mitgliedern. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass
- (a) A Präsident und B Vizepräsident werden?
 (b) eines der beiden Mitglieder A oder B Präsident und das andere Vizepräsident wird?
3. Schreibe die acht Buchstaben P, A, P, A, G, E, N, O auf je einen Zettel, und mische die Zettel. Ziehe dann zufällig vier Zettel nacheinander, und lege sie in der Reihenfolge des Ziehens nebeneinander. Mit welcher Wahrscheinlichkeit entsteht dabei das Wort $PAPA$?
4. A startet in P_1 und marschiert auf einem der eingezeichneten kürzesten Wege mit konstanter Geschwindigkeit nach P_2 . Jeden der möglichen kürzesten Wege wählt er mit gleicher Wahrscheinlichkeit. B startet zur gleichen Zeit in P_2 und marschiert auf gleiche Weise und mit gleicher Geschwindigkeit nach P_1 . Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass A und B sich unterwegs treffen.



Hinweis: Zähle günstige und mögliche Fälle. Man benötigt keine speziellen Formeln aus der Kombinatorik.

5. Ein fairer Würfel wird zweimal nacheinander geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird beim ersten Wurf eine grössere Zahl geworfen als beim zweiten Wurf?
6. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann mit drei guten Spielwürfeln in einem Wurf eine Augensumme grösser als 10 geworfen werden?
Hinweis: Wie gross ist in diesem Fall die Summe der verdeckt liegenden Augenzahlen?
7. Gleichzeitiges Werfen dreier fairer Würfel. Berechne:
- (a) $P[\text{drei Sechsen}]$ (b) $P[\text{genau eine Sechse}]$
 (c) $P[\text{genau zwei Sechsen}]$ (d) $P[\text{mindestens eine Sechse}]$
8. „Jedes dritte Los ein Treffer“, ruft ein Losverkäufer. „Jedes hundertste Los gewinnt einen Hauptpreis.“
- (a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, unter drei Losen
- i. mindestens ein, ii. genau ein, iii. höchstens ein Gewinnlos zu finden?
- (b) Wie viele Lose müsste man kaufen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 75% einen Hauptpreis zu gewinnen?

9. Eine Klasse besteht aus 16 Schülerinnen und 16 Schülern. Die Klasse wird durch Zufallsauswahl in zwei gleich grosse Gruppen aufgeteilt. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass in jeder Gruppe die Anzahl Schülerinnen gleich der Anzahl Schüler ist.
10. Aus einem gemischten Jasskartenspiel wird eine einzige Karte gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Karte
- (a) ein König oder eine Dame?
 - (b) rot oder ein Herz?
 - (c) schwarz oder eine Zahl?
 - (d) ein Bild oder ein Kreuz?

Hinweis: Verwende den jeweils passenden Additionssatz.

11. Aus einem gemischten Jasskartenspiel werden (ohne Zurücklegen) drei Karten gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind darunter (mindestens) zwei gleichnamige (also zum Beispiel zwei Asse, zwei Könige, zwei Damen)?

Hinweis: Berechne zuerst die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses.

12. (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält Schellen-Ursli beim nächsten Austeilen der Karten zu einem Schieberjass ein Fünfblatt?
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält Cards Devon beim nächsten Austeilen der Karten zu einer Runde Poker ein „Full House“?

Hinweis: Beim (hier etwas vereinfachten) Pokerspiel erhält jeder Mitspieler 5 aus insgesamt 52 Karten. Ein „Full House“ besteht aus einem Dreiblatt und einem Zweiblatt.

13. Ein Röhrchen wird je zur Hälfte mit N weissen und N schwarzen Körnchen gefüllt. Dann wird das Röhrchen ausgiebig geschüttelt.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sich danach „Ordnung eingestellt“ (d. h. die weissen Körner nehmen gerade die N unteren oder die N oberen Plätze im Röhrchen ein)?
- (b) Verwende die Stirling'sche Formel

$$N! \approx \sqrt{2\pi N} \left(\frac{N}{e}\right)^N,$$

und schätze damit die Wahrscheinlichkeit aus (a) für $N = 1000$ ab.

14. In einer Kiste liegen 12 Glühlampen, von welchen 4 defekt sind. Jemand entnimmt der Kiste (gleichzeitig) 3 Lampen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind darunter 0, 1, 2, 3 defekte Exemplare?

15. In Sendungen von 100 gleichartigen Massenprodukten dürfen sich gemäss Lieferbedingungen 5% Ausschuss befinden. Der Empfänger einer Lieferung möchte sicher sein, dass nicht mehr defekte Artikel darunter sind.

- (a) Er entnimmt der Lieferung 5 Artikel und weist die Lieferung zurück, wenn in seiner Stichprobe (eines oder mehrere) Ausschussstücke sind. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine Sendung zu Unrecht retourniert?

Hinweis: Nimm an, eine Sendung enthalte die gerade noch zulässigen 5 defekten Artikel. Berechne dann zuerst die Wahrscheinlichkeit für *keinen* defekten Artikel in der Stichprobe.

- (b) Um weniger Lieferungen fälschlicherweise zurückzuweisen, toleriert der Empfänger nun einen defekten Artikel pro Stichprobe. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jetzt eine eigentlich den Lieferbedingungen genügende Sendung zurückgewiesen?

Hinweis: Berechne zuerst die Wahrscheinlichkeit für *keinen oder genau einen* defekten Artikel.