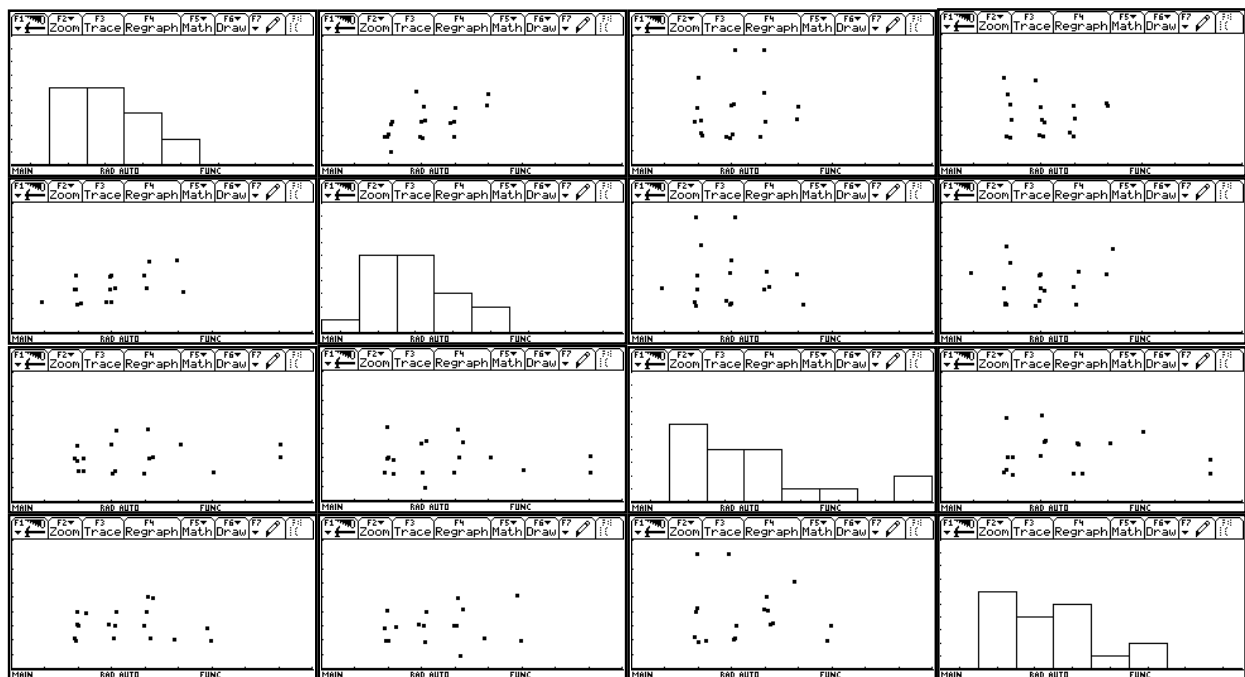


Minigolf mathematisch

ein Crashkurs in Statistik mit dem TI-89/Voyage 200



Th. Grischott
15. Juni 2003
KSS

Die folgenden Darstellungen sind auf einem Voyage 200 entstanden. Beim TI-89 muss die FLASH-APPLICATION Stats/List Editor geladen sein.

Das Datenmaterial entstammt einer Runde Minigolf, gespielt im Rahmen des Lehrerturnens der KSS am 5. Juni 03 in Bad Ragaz.

Partie	Piste	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Total
Day 1 mar	1	3	2	4	4	3	5	3	2	3	2	5	2	4	3	3	4	2	2	56
Vi 2	2	3	3	2	4	2	4	2	2	4	2	5	2	3	3	5	3	3	1	51
St 3 jan	3	4	2	8	3	2	3	2	6	4	3	4	4	5	8	2	2	2	3	67
Th 4 mar	4	4	2	2	3	3	4	2	5	2	6	4	2	4	3	6	2	3	4	61
5																				

Spielregeln

1. Den Golfball auf den Anschlagpunkt legen und ihn mit möglichst wenigen Schlägen ins Loch befördern.
2. Hat der Ball nach 3 Schlägen das Hindernis nicht überwunden, muss er von Hand hinter das Hindernis gesetzt werden. (3 Schläge + 1 Strafpunkt = 4 Punkte)
3. Springt der Ball über die Piste hinaus, muss er an dem Ort, wo er das Feld verlassen hat (15 cm vom Rand) neu eingesetzt werden. Hierfür wird 1 Strafpunkt angerechnet.
4. Hält der Ball am Pistenrand oder Hindernis an, so darf er 15 cm einwärts gelegt werden (ohne Strafpunkt).
5. Je Piste dürfen höchstens 7 Schläge einschl. Strafpunkte ausgeführt werden, und wenn so das Ziel nicht erreicht wird, muss man 8 Punkte notieren und die nächste Bahn in Angriff nehmen. (7 Schläge + 1 Strafpunkt = 8 Punkte)
6. Die Pisten müssen der Reihe nach gespielt werden.

1. Starten und Dateneingabe

APPS: Stats/List Editor

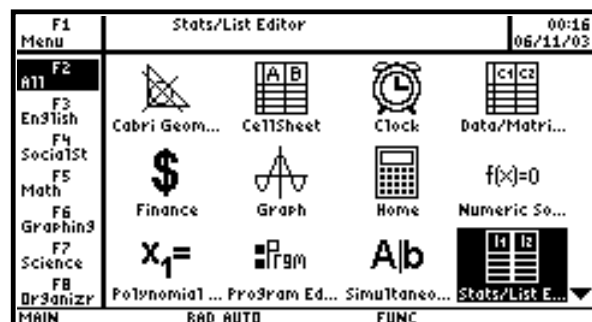
Die Daten sind/werden in Listen gespeichert.

Liste entfernen: Cursor auf Namen & DEL

Listennamen erzeugen: Cursor auf Namen (leer) & Var-Name eingeben & ENTER

Datenwerte eingeben: Werte in entsprechende Felder eingeben, jeweils mit ENTER abschliessen

bestehende Listen mit Datenwerten einfügen: Cursor auf Namen (leer) & VAR-LINK & Var-Name suchen & ENTER & ENTER



F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Tools	Plots	List	Calc	Distr	Tests	Ints
nr	da	u1	st	th		
1	3	3	4	4		
2	2	3	2	2		
3	4	2	8	2		
4	4	4	3	3		
5	3	2	2	3		
6	5	4	3	4		
7	3	2	2	2		
8	2	2	6	5		
da={3,2,4,4,3,5,3,2,3,2,5,2,4...						
MAIN	RAD AUTO	FUNC 2/5				

2. Histogramme

F2: Plots & 1: Plot Setup (evtl. zuerst andere Plots deaktivieren: 3: PlotsOff & 4: FnOff)

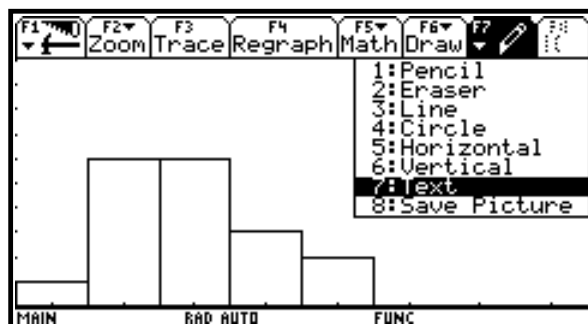
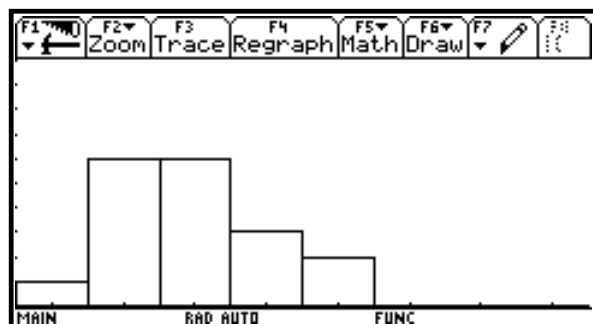
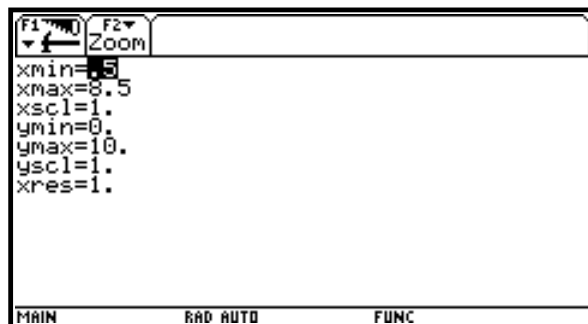
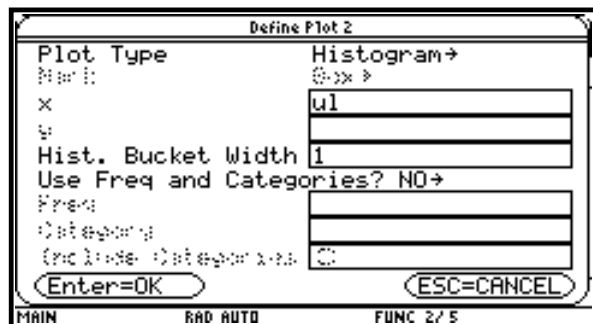
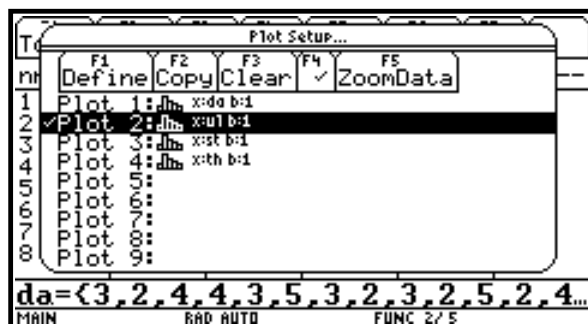
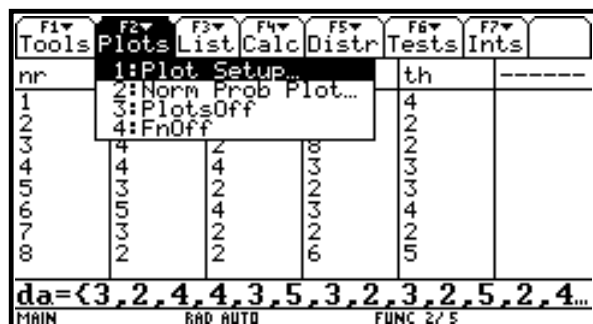
Plot neu zeichnen oder ändern: Cursor auf Plot... & F1: Define (vgl. zweites Bild)

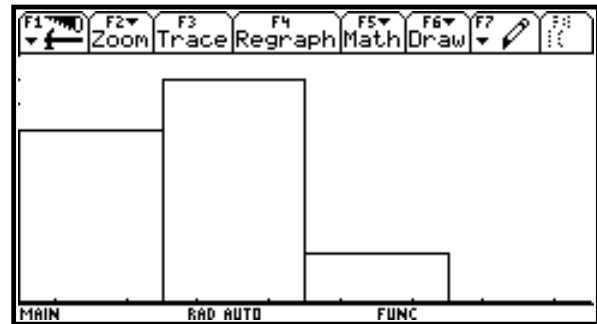
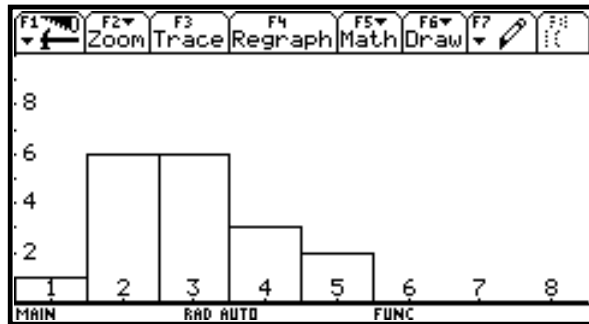
einzelne Plots de/aktivieren: Cursor auf Plot... & F4 (vgl. zweites Bild) oder via Y=

Plot zeichnen: mit WINDOW Bildausschnitt wählen (vgl. viertes Bild) & GRAPH (vgl. fünftes Bild; *nicht* F2: ZoomData, da dann die Skalierung nicht erhalten bleibt)

Plot beschriften: F7: Text (vgl. Bild 6 und 7)

Säulenbreite festlegen: „Hist. Bucket Width“ in „Define Plot“ verändern (z.B. 2 im letzten Bild)



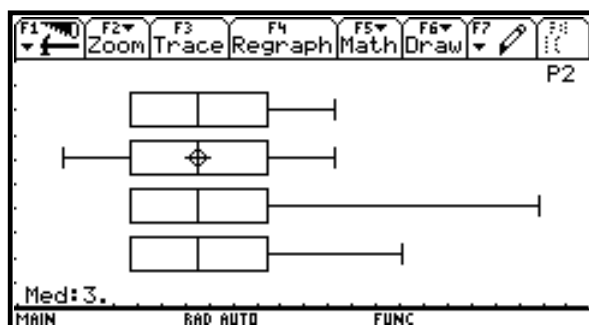


3. Boxplots

F2: Plots & 1: Plot Setup (vgl. auch 2. Histogramme)

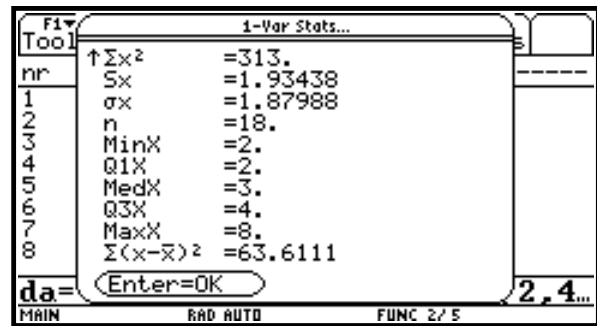
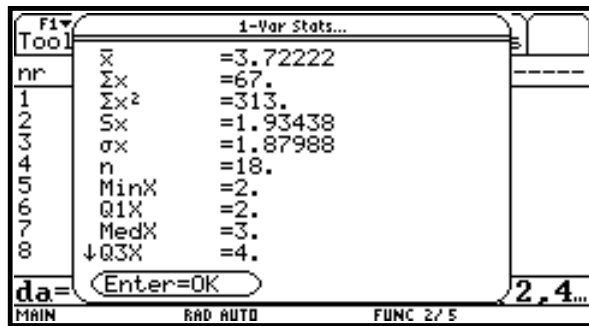
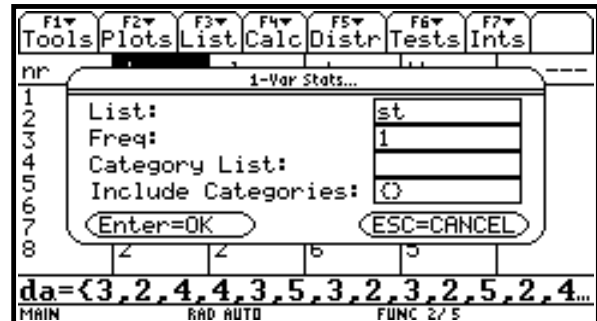
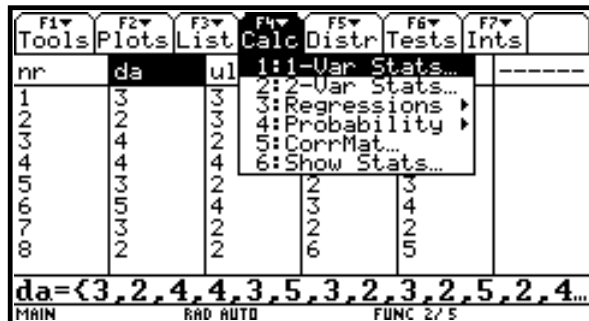
mehrere Boxplots erzeugen: einzelne Boxplots erzeugen, mit F4 alle aktivieren (vgl. erstes und zweites Bild)

Plot zeichnen: F5: ZoomData (drittes Bild)
mit F3: Trace Extrema und Quartile anzeigen



4. Kennzahlen

F4: Calc & 1: 1-Var Stats



5. Streudiagramme

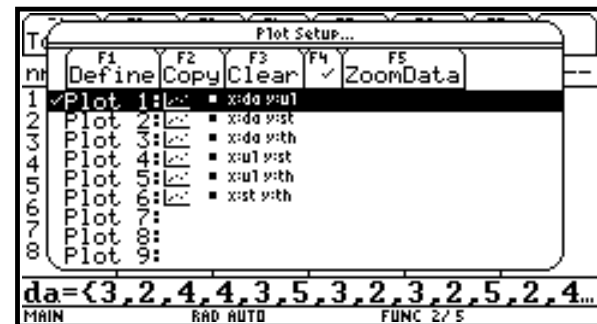
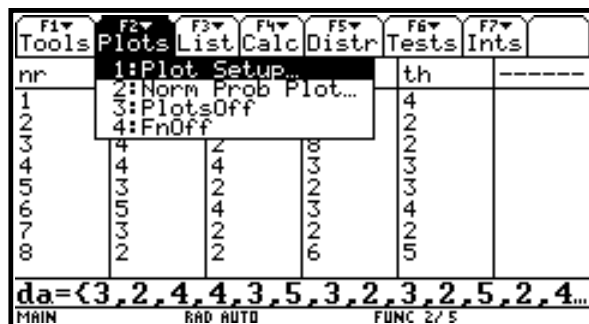
F2: Plots & 1: Plot Setup (vgl. auch 2. Histogramme)

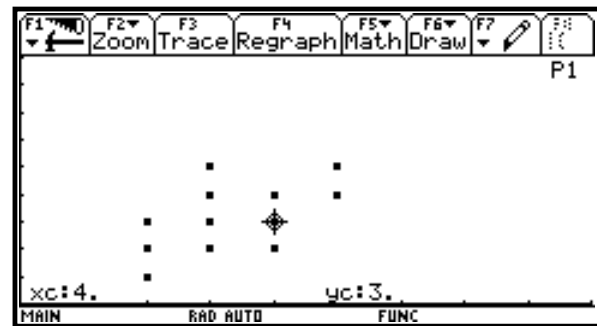
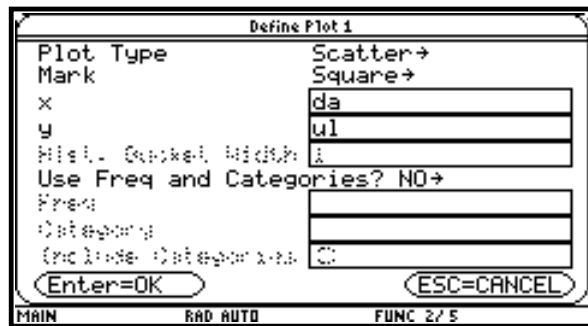
Plot neu zeichnen oder ändern: Cursor auf Plot... & F1: Define (vgl. drittes Bild)

einzelne Plots de/aktivieren: Cursor auf Plot... & F4 (vgl. zweites Bild) oder via Y=

Plot zeichnen: GRAPH oder F5: ZoomData (viertes Bild)

mit WINDOW Bildausschnitt wählen, mit F3: Trace einzelne Punkte sichtbar machen





Im letzten Bild liegen einzelne Punkte übereinander. Durch Addition von kleinen Zufallszahlen können solche Mehrfachpunkte etwas „auseinandergeschüttelt“ werden:

F1 Tools	F2 Plots	F3 List	F4 Calc	F5 Distr	F6 Tests	F7 Ints
nr	da	u1	st	th	da2	
1	3	3	4	4		
2	2	3	2	2		
3	4	2	8	2		
4	4	4	3	3		
5	3	2	2	3		
6	5	4	3	4		
7	3	2	2	2		
8	2	2	6	5		

da2=da+seq(.randNorm(0,.1),x,...

MAIN RAD AUTO FUNC 6/6

F1 Tools	F2 Plots	F3 List	F4 Calc	F5 Distr	F6 Tests	F7 Ints
da	u1	1:Names...				
1:Sort List...						
2:Sort List, Adjust All...						
3:dim(						
4:Fill...						
5:seq(						
6:cumSum(						
7:ΔList(						
8:augment(						
9:left(						
A:mid(						
B:right(						

MAIN RAD AUTO FUNC 7/7

F1 Tools	F2 Plots	F3 List	F4 Calc	F5 Distr	F6 Tests	F7 Ints
da	u1	st	1:1-Var Stats...			u12
2	3	4	2:2-Var Stats...			
3			3:Regressions			
4			4:Probability			
5			5:CorrMat...			
6			6:Show Stats...			
7						
8						
9						
A						
B						

u12=...

MAIN RAD AUTO FUNC 7/7

F1 Tools	F2 Plots	F3 List	F4 Calc	F5 Distr	F6 Tests	F7 Ints
da	u1	st	th	da2	u12	
3	3	4	4	2.9716		
2	3	2	2	2.0854		
4	2	8	2	3.9584		
4	4	3	3	4.0081		
3	2	2	3	3.008		
5	4	3	4	4.9512		
3	2	2	2	2.959		
2	2	6	5	2.0111		

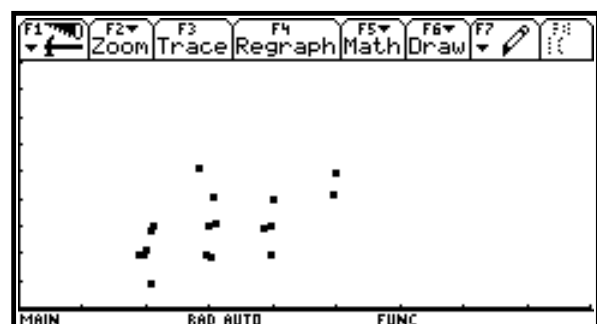
u12=...(.randNorm(0,.1),x,1,18)

MAIN RAD AUTO FUNC 7/7

F1 Tools	F2 Plots	F3 List	F4 Calc	F5 Distr
da	u1	st	th	da2
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				

u12[1]=2.9598523407027

MAIN RAD AUTO FUNC 7/7



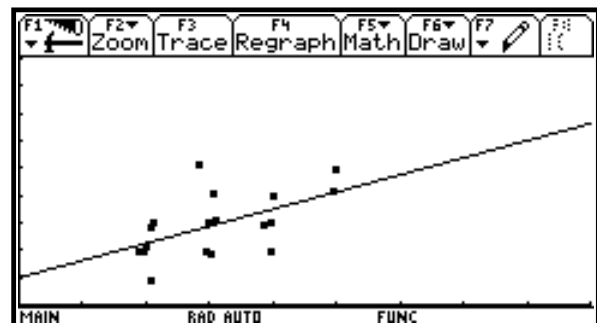
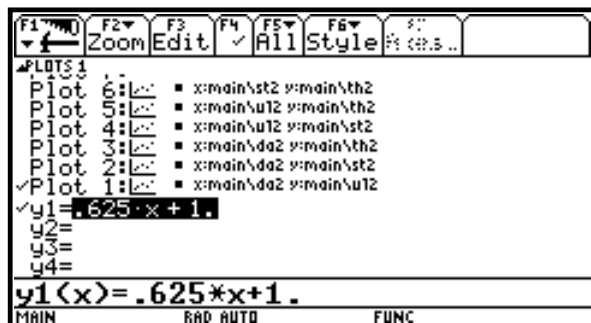
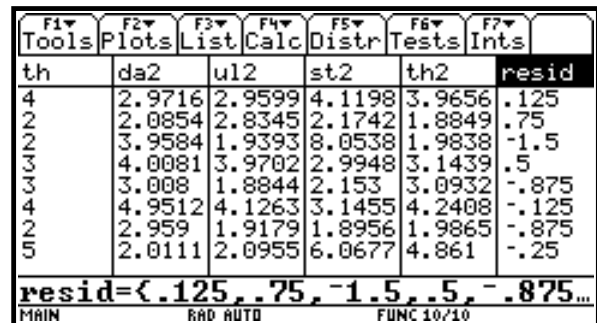
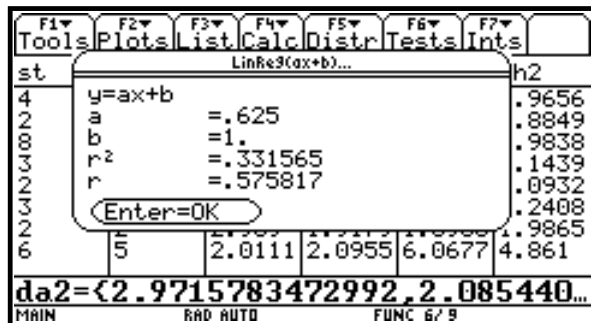
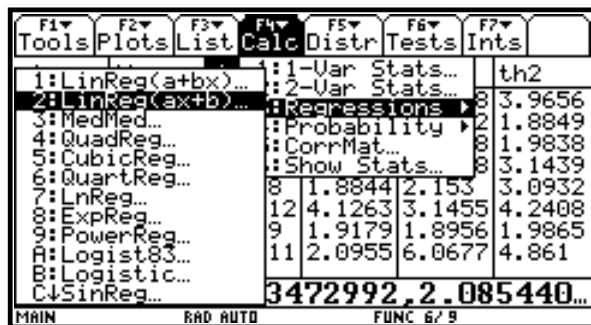
6. Regression

F4: Calc & 3: Regression & 2: LinReg(ax+b)...

r = Korrelationskoeffizient = Mass für die Stärke des linearen Zusammenhangs, vgl. drittes Bild

$\text{resid} = \text{Residuen}; r_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - (\hat{a}x_i + \hat{b}) = \text{beobachteter Wert} - \text{durch die Regressionsgerade „angepasster“ Wert, vgl. viertes Bild}$

Regressionsgerade eintragen: in Y= mit F4 Streudiagramm und Regressionsgerade aktivieren & GRAPH



Ob sich die Steigung der Regressionsgeraden signifikant von Null unterscheidet, kann mit einem t -Test überprüft werden:

F1▼	F2▼	F3▼	F4▼	F5▼	F6▼	F7▼
Tools	Plots	List	Calc	Distr	Tests	Ints
st	th	da2	ul	1:2-Test...		
4	4	2.9716	2.	2:1-Test...		
2	2	2.0854	2.	3:2-SampZTest...		
8	2	3.9584	1.	4:2-SampTTest...		
3	3	4.0081	3.	5:1-PropZTest...		
2	3	3.008	1.	6:2-PropZTest...		
4	4	4.9512	4.	7:Chi2 GOF...		
2	2	2.959	1.	8:Chi2 2-way...		
6	5	2.0111	2.	9:2-SampFTest...		
da2={2.9715783472992,2.085440...}				A:LinRegTTest...		
				B:MultRegTests...		
				C:ANOVA...		
MAIN				RAD AUTO	FUNC 6/10	

F1▼	F2▼	F3▼	F4▼	F5▼	F6▼	F7▼
Tools	Plots	List	Calc	Distr	Tests	Ints
Linear Regression T Test						
st		X List:	da			9656
4		Y List:	ul			8849
2		Freq:	1			9838
8		Alternate Hyp:	$\mu \neq 0$			1439
3		Store RegEqn to:	y1(x)→			0932
2		Results:	Calculate			2408
4			Draw			9865
2			Enter=OK			861
da2={2.9715783472992,2.085440...}						
MAIN				RAD AUTO FUNC 6/10		

F1▼	Linear Regression T Test				F2▼
Tool					h2
st	y=a+bx				
	b & p ≠ 0				
4	t	=2.81718			.9656
2	P Value	=.012394			.8849
8	df	=16.			.9838
3	a	=1.			.1439
2	b	=.625			.0932
3	s	=.935414			.2408
2	SE Slope	=.221853			.9865
6	↓r ²	=.331565			.861
da2	Enter=OK				440...
MAIN	RAD AUTO		FUNC 6/10		

Der *P*-Wert (P Value) gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass durch reinen Zufall (also ohne einen systematischen Zusammenhang zwischen der „erklärenden“ Variablen *X* und der „Zielgrösse“ *Y*) eine mindestens so extreme Steigung wie die beobachtete zustande kommen kann. Man vergleicht den *P*-Wert in der Regel mit $\alpha = 5\%$, 1% oder 0.1% . Der lineare Zusammenhang zwischen „da“ und „ul“ ist auf dem 5%-Niveau signifikant.

7. *t*-Test

vergleicht a) den Mittelwert einer Stichprobe mit einem festen Wert μ_0 (häufig Null)

b) zwei gepaarte (verbundene) Stichproben (also solche, bei welchen die Werte der beiden Stichproben auf natürliche Weise Paare bilden), dazu:

Differenzen berechnen: vgl. erstes und zweites Bild

F6: Tests & 2: T-Test

F1▼	F2▼	F3▼	F4▼	F5▼	F6▼	F7▼
Tools	Plots	List	Calc	Distr	Tests	Ints
da	ul	st	th	Δulst	-----	
3	3	4	4	-----		
2	3	2	2			
4	2	8	2			
4	4	3	3			
3	2	2	3			
5	4	4	4			
3	2	2	2			
2	2	6	5			
Δulst=ul-st						
MAIN				RAD AUTO FUNC 6/6		

F1▼	F2▼	F3▼	F4▼	F5▼	F6▼	F7▼
Tools	Plots	List	Calc	Distr	Tests	Ints
da	ul	st	th	Δulst	-----	
3	3	4	4	-1		
2	3	2	2	1		
4	2	8	2	-6		
4	4	3	3	1		
3	2	2	3	0		
5	4	4	4	1		
3	2	2	2	0		
2	2	6	5	-4		
Δulst[1]=-1						
MAIN				RAD AUTO FUNC 6/6		

F1 Tools	F2 Plots	F3 List	F4 Calc	F5 Distr	F6 Tests	F7 Ints
da	ul	st	th	1:Z-Test...	2:T-Test...	
3	3	4	4	3:2-SampZTest...	4:2-SampTTest...	
2	3	2	2	5:1-PropZTest...	6:2-PropZTest...	
4	2	8	2	7:Chi2 GOF...	8:Chi2 2-way...	
4	4	3	3	9:2-SampFTest...	A:LinRegTTest...	
3	2	2	3	B:MultRegTests...	C:ANOVA...	
5	4	3	4			
3	2	2	2			
2	2	6	5			
Aulst[1]=-1						
MAIN RAD AUTO FUNC 6/6						

F1 Tools	F2 Plots	F3 List	F4 Calc	F5 Distr	F6 Tests	F7 Ints
da	ul	st	th	Δulst		
3	3	4	4	-1		
2						
4						
4						
3						
5						
3						
2						
Aulst[1]=-1						
MAIN RAD AUTO FUNC 6/6						

F1 Tools	F2 Plots	F3 List	F4 Calc	F5 Distr	F6 Tests	F7 Ints
da						
3						
2						
4						
4						
3						
5						
3						
2						
Aulst[1]=-1						
MAIN RAD AUTO FUNC 6/6						

F1 Tools	F2 Plots	F3 List	F4 Calc	F5 Distr	F6 Tests	F7 Ints
da						
3						
2						
4						
4						
3						
5						
3						
2						
Aulst[1]=-1						
MAIN RAD AUTO FUNC 6/6						

Der P -Wert gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass der Mittelwert der Differenzen zweier gleich starker Spieler durch reinen Zufall um mindestens 0.777778 (nach unten oder nach oben) von Null abweicht.

Die Unterschiede zwischen „ul“ und „st“ sind auf dem 5%-Niveau nicht signifikant. (Es ist also aufgrund der Datenlage noch denkbar, dass „ul“ und „st“ gleich gute Minigolfer sind, und die unterschiedlichen Schlagzahlen in diesem Spiel nur zufällig sind.)

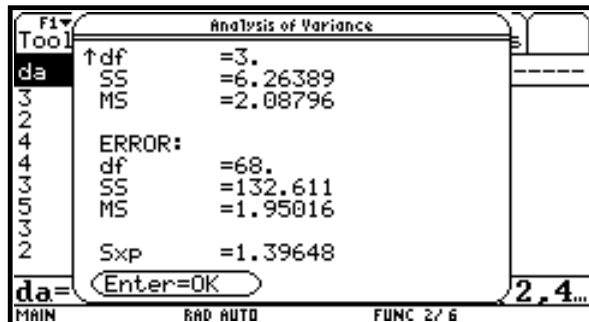
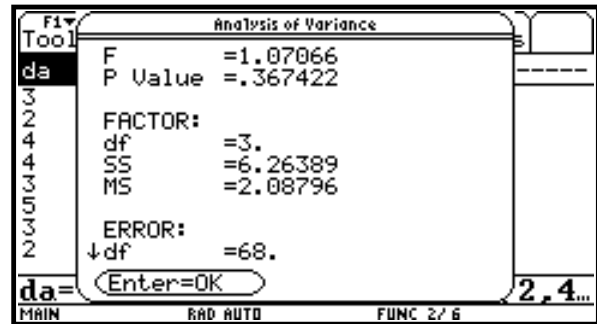
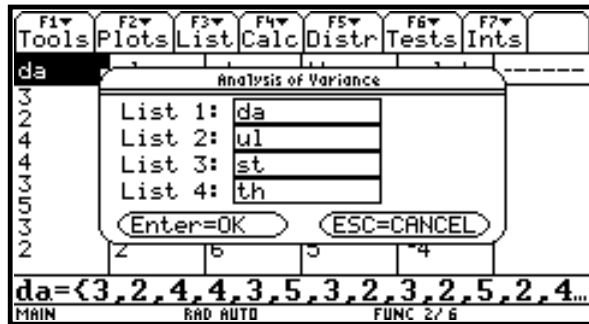
Bei ungepaarten (unverbundenen) Stichproben verwendet man den 2-Stichproben- t -Test.

8. Varianzanalyse

vergleicht die Mittelwerte mehrerer Stichproben
F6: Tests & C: ANOVA (Analysis of Variance)

F1 Tools	F2 Plots	F3 List	F4 Calc	F5 Distr	F6 Tests	F7 Ints
da	ul	st	th	1:Z-Test...	2:T-Test...	
3	3	4	4	3:2-SampZTest...	4:2-SampTTest...	
2	3	2	2	5:1-PropZTest...	6:2-PropZTest...	
4	2	8	2	7:Chi2 GOF...	8:Chi2 2-way...	
4	4	3	3	9:2-SampFTest...	A:LinRegTTest...	
3	2	2	3	B:MultRegTests...	C:ANOVA...	
5	4	3	4			
3	2	2	2			
2	2	6	5			
da={3,2,4,4,3,5,3,2,3,2,5,2,4...						
MAIN RAD AUTO FUNC 2/6						

F1 Tools	F2 Plots	F3 List	F4 Calc	F5 Distr	F6 Tests	F7 Ints
da	ul	st	th	Δulst		
3	3	4	4	-1		
2						
4						
4						
3						
5						
3						
2						
da={3,2,4,4,3,5,3,2,3,2,5,2,4...						
MAIN RAD AUTO FUNC 2/6						

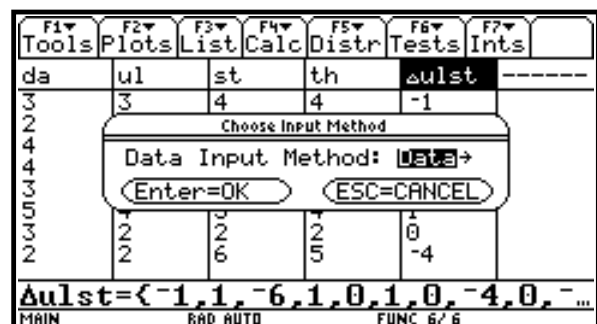
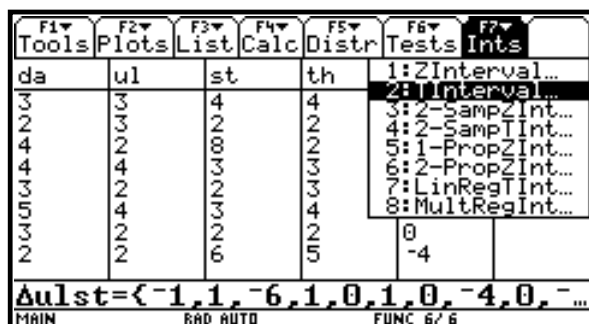


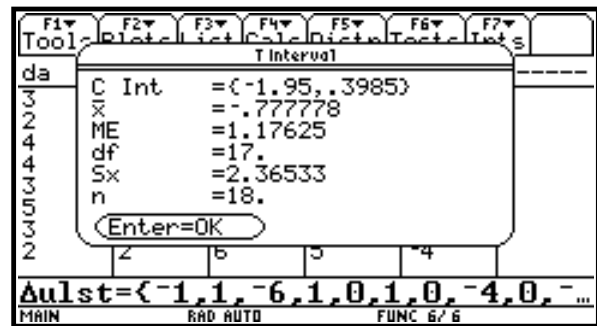
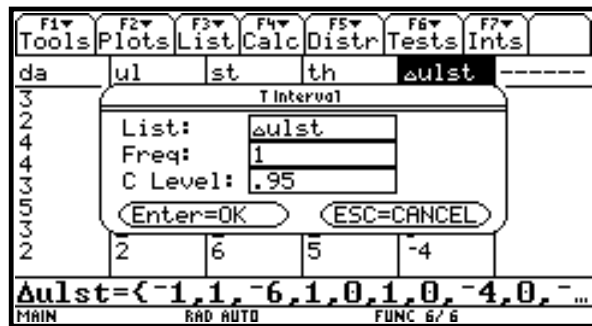
Der F -Wert ist das Verhältnis der Streuung der Gruppenmittelwerte (Spielermittelwerte) zur Streuung innerhalb der Gruppen. Der P -Wert gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass dieses Verhältnis bei 4 gleich starken Spielern durch reinen Zufall mindestens 1.07066 beträgt. Die Spieler unterscheiden sich auf keinem der üblichen Niveaus signifikant.

9. Vertrauensintervalle, Konfidenzintervalle

sind plausible Bereiche für zugrunde liegende Parameter (z.B. den wahren Mittelwert einer Stichprobe)

F7: Ints & 2: TInterval





C Level 95% bedeutet: Würden „ul“ und „st“ 100mal den gleichen Minigolfparcours absolvieren und jedes Mal anschliessend das Vertrauensintervall berechnen, so enthielte dieses 95mal den wahren mittleren Unterschied ihrer Schlagzahlen. Beachte, dass der Wert 0 (Spieler gleich stark) im Konfidenzintervall $[-1.95, 0.3985]$ liegt (vgl. mit Abschnitt 8).