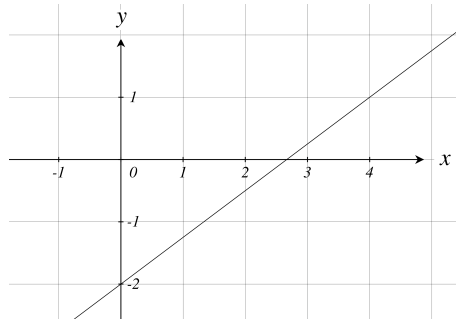


**Berufsmaturitätsprüfungen**  
**Lösungen der Vorbereitungsaufgaben Mathematik**

1. (a)  $\mathbb{L} = \{(-3, 8)\}$       (b)  $\mathbb{L} = \{(26, 4)\}$
2. (a)  $\mathbb{L} = \{4\}$       (b)  $\mathbb{L} = \left\{ \frac{1-\sqrt{31}}{6}, \frac{1+\sqrt{31}}{6} \right\}$       (c)  $\mathbb{L} = \{-3, -\sqrt{2}, \sqrt{2}, 3\}$
3. (a) direkt logarithmieren;  $\mathbb{L} = \left\{ \frac{\ln 3535 - \ln 72}{\ln 4 - \ln 3} \approx 13.5 \right\}$   
 (b) ausklammern, z. B.  $2^{3x}(1 + 4 \cdot \frac{1}{2}) = 51$ ,  $2^{3x} = 17$ ;  $\mathbb{L} = \left\{ \frac{\ln 17}{3 \cdot \ln 2} \approx 1.36 \right\}$   
 (c) Substitution  $u = 3^{-x}$  führt auf  $u^2 + 2u - 15 = 0$ ,  $(u + 5)(u - 3) = 0$ , also  $u = 3$ ;  
 $\mathbb{L} = \{-1\}$

4. Graph:



Schnittpunkt mit der  $x$ -Achse:  $0 = \frac{3}{4}x_0 - 2$ , also  $x_0 = \frac{8}{3}$ ; Schnitt mit der  $y$ -Achse bei  $q = -2$ .

5. Anzahl Tische:  $x$ ; Anzahl Stühle:  $y$

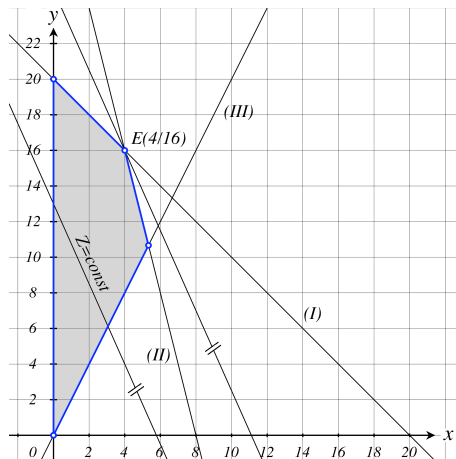
Nebenbedingungen: (I) :  $x + y \leq 20$  bzw.  $y \leq -x + 20$

(II) :  $400x + 100y \leq 3200$  bzw.  $y \leq -4x + 32$

(III) :  $y \geq 2x$

Zielfunktion: Gewinn  $Z = 180x + 80y$  ist konstant auf allen Geraden  $y = -\frac{9}{4}x + \frac{Z}{80}$

Planungsgebiet:

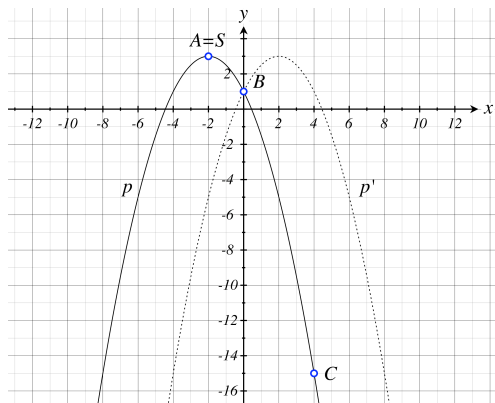


Extremalstelle: Schnittpunkt von (I) und (II);  $-x + 20 = -4x + 32$ , also  $x = 4$ ;  $y = 16$

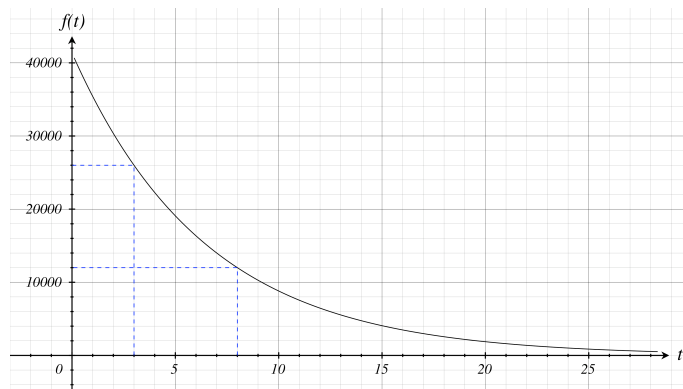
Gewinn:  $Z = 180 \cdot 4 + 80 \cdot 16 = 2000$

Der maximale Gewinn von 2000 Fr. wird mit 4 Tischen und 16 Stühlen erreicht!

6. (a) Ansatz  $p : y = ax^2 + bx + c$ ;  $A$ ,  $B$  und  $C$  einsetzen führt zum Gleichungssystem  
 (I)  $3 = 4a - 2b + c$ , (II)  $1 = c$ , (III)  $-15 = 16a + 4b + c$  mit Lösung  $a = -\frac{1}{2}$ ,  $b = -2$ ,  
 $c = 1$ . Parabel  $p : y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ .
- (b) Scheitel:  $x_S = -\frac{b}{2a} = -2$ , also  $S = A(-2/3)$ . Nullstellen:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -2 \pm \sqrt{6}$ .
- (c) Graph:



- (d)  $S'(2/3)$ , also  $p' : y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 3 (= -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1)$ .
7. (a)  $y_S = c - \frac{b^2}{4a} = 1 - \frac{1}{4} \stackrel{!}{=} 0$ , also  $t = 4$ .
- (b) Parabel  $p : y = 4x^2 + 4x + 1$ . Ansatz für Tangente  $t : y = mx + q$ ;  $P$  einsetzen liefert  $5 = m \cdot 1 + q$ ,  $q = 5 - m$  bzw.  $t : y = mx + 5 - m$ . Schnittpunkt(e) von  $t$  mit  $p$ :  $4x^2 + 4x + 1 = mx + 5 - m$ ,  $4x^2 + (4 - m)x + (-4 + m) = 0$ ; Diskriminante  $D = (4 - m)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-4 + m) = m^2 - 24m + 80 = (m - 4)(m - 20) \stackrel{!}{=} 0$  (damit die Tangente  $t$  mit  $p$  nur *einen* Schnittpunkt besitzt).  $m_1 = 4$ , also  $t_1 : y = 4x + 1$ ;  $m_2 = 20$ , also  $t_2 : y = 20x - 15$ .
8. Preissenkung um  $x$  Fr.; neue Stückzahl  $200 + 50x$ , neuer Gewinn pro Pfeffermühle  $10 - x$ , Gesamtgewinn  $y = (200 + 50x)(10 - x) = -50x^2 + 300x + 2000$ ; Maximum bei  $x_S = -\frac{b}{2a} = 3$ . Preisreduktion um 3 Fr. führt zu monatlich  $200 + 50 \cdot 3 = 350$  verkauften Pfeffermühlen und zum maximalen Gewinn von  $-50 \cdot 3^2 + 300 \cdot 3 + 2000 = 2450$  Fr.
9. Taktfrequenz  $f(t) = c \cdot a^t$ ;  $2c = c \cdot a^{\frac{3}{2}}$ ,  $a = \sqrt[3]{4}$ , also  $f(t) = 4 \cdot (\sqrt[3]{4})^t = 4 \cdot 4^{\frac{t}{3}}$ .
- (a)  $f(-7) = 4 \cdot 4^{-\frac{7}{3}} \approx 0.157 \text{ GHz} \approx 200 \text{ MHz}$       (b)  $f(5) = 4 \cdot 4^{\frac{5}{3}} \approx 40.3 \text{ GHz} \approx 40 \text{ GHz}$
- (c)  $4 \cdot 4^{\frac{t}{3}} = 100$ ,  $4^{\frac{t}{3}} = 25$ ,  $\frac{t}{3} = \log_4 25 = \frac{\ln 25}{\ln 4}$ ,  $t = \frac{3 \ln 25}{2 \ln 2} \approx 6.96$ ; entspricht Ende Jahr 2011.
10. (a) Graph:



Ansatz:  $f(t) = c \cdot a^t$ ; (I)  $f(3) = c \cdot a^3 = 26\,000$ , (II)  $f(8) = c \cdot a^8 = 12\,000$ ; Division  
 (II) : (I) liefert  $a^5 = \frac{6}{13}$ , also  $a = \sqrt[5]{\frac{6}{13}} \approx 0.857$  und  $c = 26\,000 \cdot \left(\sqrt[5]{\frac{13}{6}}\right)^3 \approx 41\,300$ .  
 $f(t) = 26\,000 \cdot \left(\sqrt[5]{\frac{6}{13}}\right)^{t-3}$ .

(b)  $1 - a \approx 0.143 = 14.3\%$

(c)  $f(15) = 26\,000 \cdot \left(\sqrt[5]{\frac{6}{13}}\right)^{12} \approx 4\,070 \text{ Fr.}$

(d)  $26\,000 \cdot \left(\sqrt[5]{\frac{6}{13}}\right)^{t-3} = 2000$ ,  $(t-3) \cdot \ln \sqrt[5]{\frac{6}{13}} = \ln \frac{1}{13}$ , also nach  $t = 3 + \frac{5 \ln 13}{\ln 13 - \ln 6} \approx 19.6$  Jahren.

11. (a)  $3! = 6$

(b)  $5 \cdot 4! = 120$

(c)  $\frac{6!}{2^3} = 90$

12. (a)  $\binom{13}{4} = 715$

(b)  $\binom{11}{2} = 55$

(c)  $\binom{13}{1} + \binom{13}{2} + \binom{13}{3} + \binom{13}{4} = 1092$

13.  $0.77 + 0.85 - 0.77 \cdot 0.85 = 0.9655 \approx 96.6\%$

14.  $P[S_1 \cap G] = \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{1}{3}$ ,  $P[S_2 \cap G] = 0$ ,  $P[S_3 \cap G] = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ ;  $P[G] = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ;  
 $P[S_1|G] = \frac{P[S_1 \cap G]}{P[G]} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$ ,  $P[S_2|G] = \frac{P[S_2 \cap G]}{P[G]} = 0$ ,  $P[S_3|G] = \frac{1}{3}$ .

15.  $X = \text{Anzahl Reisende} \sim \text{Bin}(48, 0.9)$

(a)  $E[X] = 48 \cdot 0.9 = 43.2 \approx 43$

(b)  $P[X = 46] = \binom{48}{46} \cdot 0.9^{46} \cdot 0.1^2 \approx 8.86\%$

(c)  $P[X > 46] = P[X = 47] + P[X = 48] = \binom{48}{47} \cdot 0.9^{47} \cdot 0.1^1 + \binom{48}{48} \cdot 0.9^{48} \cdot 0.1^0 \approx 4.03\%$

16. Teststatistik:  $T = \text{Anzahl richtig identifizierter Proben(paare)} \sim \text{Bin}(15, p)$ ; Nullhypothese  $H_0: p = \frac{1}{2}$ , Alternativen  $H_A: p \neq \frac{1}{2}$ ; Verwerfungsbereich  $K = \{0, 1, 2, 3\} \cup \{12, 13, 14, 15\}$  (zweiseitig auf dem 5%-Niveau); Entscheidung:  $T = 9 \notin K$ , also kann  $H_0$  beibehalten werden (d. h. aufgrund des Versuchs besteht kein Anlass zur Annahme, das neue Bier schmecke anders).