

Mathematik-Berufsmatura 3C 2009

Hinweise: Die Aufgaben haben gleiches Gewicht und können in beliebiger Reihenfolge bearbeitet werden. Verwende bitte für jede Aufgabe ein eigenes Blatt. Als Hilfsmittel zugelassen sind ein „einzeiliger“ Taschenrechner ohne CAS sowie eine handgeschriebene Formelsammlung im Umfang von zwei A4-Blättern. Zeit: 3 Std. Viel Erfolg!

1. *Gleichungen*

Bestimme die Lösungsmengen. Runde gegebenenfalls auf 3 signifikante Stellen.

(a) Lineares Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rcl} -2x + 5y - 3z & = & 6 \\ 3x + y + 4z & = & -7 \\ 8x - 10y + 5z & = & 4 \end{array}$$

(b) Biquadratische Gleichung:

$$2x^4 - 12x^2 - \frac{25}{8} = 0$$

(c) Exponentialgleichung:

$$2^x \cdot 3^{x+1} = 4^{x+2}$$

2. *Lineare Optimierung*

Die Fertigungsabteilung der „Pizol Microsystems“ montiert Desktops und Notebooks. Für jede 12-Stunden-Schicht bezieht sie dazu 100 Prozessoren und 180 Festplatten von ihren Zulieferbetrieben „Gonzen Semiconductors“ und „Walenseagate Technology“. In die grösseren Desktops werden im Gegensatz zu den kleineren Notebooks jeweils zwei Festplatten verbaut. Etwa alle 5 Minuten kann ein Desktop und alle 9 Minuten ein Notebook fertiggestellt werden. An einem Desktop verdient die Firma 150 Franken und an jedem Notebook 200 Franken.

Wie viele Desktops und wie viele Notebooks sollte „Pizol Microsystems“ pro Schicht herstellen, um den grösstmöglichen Gewinn zu erzielen? Wie gross wird dieser sein?

3. *Quadratische Funktionen*

Betrachte die Parabel p mit der Gleichung

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{5}{2}.$$

- Berechne die Nullstellen und den Scheitelpunkt der Parabel, und skizziere diese in einem geeigneten Koordinatensystem.
- Bestimme die Gleichung der Parabeltangente t mit der Steigung $m = 1$. Gib auch den Berührungspunkt T an.
- Die Parabel p wird zuerst um drei Einheiten nach links und eine Einheit nach oben verschoben und anschliessend am Punkt $Z(1/-2)$ gespiegelt. Wie lautet die Gleichung der neuen Parabel p' ?

4. *Exponentielles Wachstum*

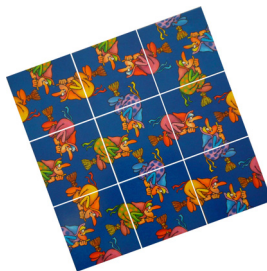
Das kleine Fürstentum „*Minaco*“ und das grosse Fürstentum „*Schwerenstein*“ haben heute 426 800 bzw. 870 000 Einwohner. Hochrechnungen aufgrund von Volkszählungen haben ergeben, dass das jährliche Bevölkerungswachstum in „*Minaco*“ 15% beträgt und sich die Einwohnerzahl von „*Schwerenstein*“ alle 20 Jahre verdoppelt. In welchem Jahr werden die beiden Fürstentümer gleich viele Einwohner besitzen?

5. *Wahrscheinlichkeitsrechnung*

„*Das verflixte Hexenspiel*“ besteht aus neun unterschiedlichen quadratischen Kärtchen, auf denen über jeder Seite jeweils ein Vorder- oder Hinterteil einer roten, gelben, violett-blauen oder grün-roten Hexe abgebildet ist:



- (a) Aus dem verdeckten und gemischten Kartenstapel wird Kärtchen um Kärtchen gezogen, ohne es jeweils zurück in den Stapel zu mischen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erscheint das oben abgebildete Kärtchen beim fünften Zug?
- (b) Aus den verdeckt gemischten Karten wird nun zwanzigmal eine Karte gezogen, angeschaut und wieder unter den Stapel gemischt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass dabei mindestens einmal das oben abgebildete Kärtchen gezogen wird?
- (c) Die Aufgabe des „*Hexenspiels*“ besteht darin, alle neun Karten zu einem Quadrat anzuordnen, wobei nur passende Hexenhälften aneinandergelegt werden dürfen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Blinder, der die aufgedeckten Karten zufällig zu einem Quadrat anordnet, die unten abgebildete Lösung hinlegt?



6. *Satz von Bayes*

Die Firma „*Silicon Sargans*“ stellt Paneele für LCD-Bildschirme an den drei Maschinen M_1 , M_2 und M_3 her. Die Maschine M_1 erzeugt 50% der Gesamtproduktion, und zwar mit einer Fehlerrate von 1%. M_2 erzeugt 30% mit einer Fehlerrate von 5%, und die alte M_3 erzeugt die letzten 20% der Produktion mit 10% Fehlerwahrscheinlichkeit.

- (a) Wie gross ist die totale Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Panel defekt ist?
- (b) In der Endkontrolle wird ein Fehler entdeckt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde er von M_1 , M_2 bzw. M_3 verursacht?