

Mathematik-Berufsmatura 3C 2005

Hinweise: Die Aufgaben haben gleiches Gewicht und können in beliebiger Reihenfolge bearbeitet werden. Verwende bitte für jede Aufgabe ein eigenes Blatt. Als Hilfsmittel zugelassen sind ein einzeiliger Taschenrechner ohne CAS sowie eine handgeschriebene Formelsammlung im Umfang von zwei A4-Blättern. Zeit: 3 Std. Viel Erfolg!

1. *Gleichungen*

Bestimme die Lösungsmengen. Runde gegebenenfalls auf 3 signifikante Stellen.

(a) Lineares Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}2x + 3(y - z) &= 2 \\ 3(x + y) - 2(x + z) &= 4 \\ 5(y - z) - 3(x - y) &= -42\end{aligned}$$

(b) Quadratische Gleichung:

$$2x^2 + x - \frac{47}{8} = 0$$

(c) Exponentialgleichung:

$$2 \cdot 5 \cdot 2^x = 3 \cdot 0.75^{x-1}$$

2. *Quadratische Funktionen*

Betrachte die Parabel p mit der Gleichung

$$y = x^2 + 1.$$

- (a) Bestimme den y -Achsenabschnitt q der Geraden $g : y = 3x + q$ so, dass g eine Tangente an p ist.
- (b) Skizziere die Parabel und die Gerade in einem (einzigen) Koordinatensystem.
- (c) Spiegle p an ihrem Berührungspunkt mit der Tangente g , und gib die Gleichung der gespiegelten Parabel p' in der Form $y = ax^2 + bx + c$ an.

3. *Lineare Optimierung*

Eine Kantonsschülerin stellt Papierblumen her, die sie zur Aufbesserung ihres Taschengeldes als Tischdekorationen an das örtliche Gastgewerbe verkauft. Für die Herstellung einer kleinen Rose benötigt sie 10 Minuten; die Herstellung einer komplizierteren Lilie dauert 20 Minuten. Pro Woche möchte sie nicht mehr als 6 Stunden für ihren Nebenverdienst einsetzen. Die dornigen Stiele der Rosen muss sie zukaufen; darum betragen die Materialkosten pro Rose 75 Rappen, für eine Lilie hingegen nur 50 Rappen. Pro Woche kann unsere Schülerin höchstens 12 Fr. für Materialkosten aufwenden. Erfahrungsgemäss kann sie in einer Woche bis zu 20 Papierblumen absetzen, wenn sie für eine Rose 3 Fr. und für eine Lilie 2.50 Fr. verlangt.

Wie viele Blumen jeder Sorte muss die Schülerin in einer Woche herstellen, wenn sie den grösstmöglichen *Gewinn* erzielen möchte? Wie gross ist dieser?

4. *Exponentieller Zerfall*

Ein Grossrechneranlage mit einem Neuwert von 2056 873 Fr. wird nach 6 Jahren noch mit dem Inventarwert 500 000 Fr. in der Buchhaltung aufgeführt.

- (a) Wie gross ist die jährliche Abschreibung in %?
- (b) Wie gross wäre der Wert der Anlage 10 Jahre nach ihrer Anschaffung?
- (c) In welchem Zeitraum reduziert sich der Wert der Anlage jeweils auf die Hälfte? Runde auf ganze Monate.

5. *Satz von Bayes*

Auf einer abschüssigen Wegstrecke bildet sich im Winter an einem zufällig gewählten Stichtag mit der Wahrscheinlichkeit 8% Eisglätte. Dadurch erhöht sich die Unfallwahrscheinlichkeit, die bei trockener Strasse bei 0.001% liegt, auf 0.005%. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt bei einem Unfall am Stichtag Eisglättebildung als Ursache in Frage?

6. *Wahrscheinlichkeitsrechnung*

Bei der Lotto-Variante „Euro Millions“ müssen 5 aus 50 Zahlen und zusätzlich 2 von 9 Sternen angekreuzt werden. Eine Ziehung sieht also beispielsweise so aus (Ziehung vom Freitag, 22. April 2005):



Es gewinnt, wer

- mindestens 3 richtige Zahlen oder
- genau 2 richtige Zahlen und mindestens einen richtigen Stern oder
- genau eine richtige Zahl und beide richtigen Sterne

angekreuzt hat.

- (a) Berechne die Wahrscheinlichkeiten für
 - i. „5 richtige Zahlen“,
 - ii. „genau 4 richtige Zahlen“,
 - iii. „genau 3 richtige Zahlen“,
 - iv. „mindestens 3 richtige Zahlen“,
 - v. „genau 2 richtige Zahlen und mindestens einen richtigen Stern“,
 - vi. „genau eine richtige Zahl und beide richtigen Sterne“.
- (b) Berechne die (gesamte) Gewinnwahrscheinlichkeit bei „Euro Millions“.
- (c) Ein Lottospieler spielt 10 Runden „Euro Millions“. Wie gross ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass er
 - i. keinmal,
 - ii. genau einmal,
 - iii. mindestens einmalgewinnt?