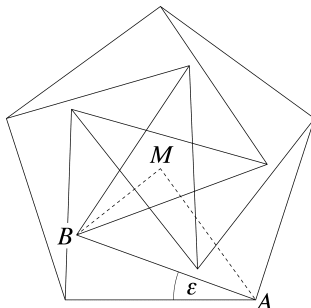




Maturitätsprüfungen Vorbereitungsaufgaben GF Mathematik

1. Vier Zahlen bilden eine arithmetische Folge. Addiert man zur ersten Zahl 1, zur zweiten 3, zur dritten 13 und zur vierten 47, dann entsteht eine geometrische Folge. Wie lauten die zwei Folgen?
2. Die Figur ist aus lauter Strecken gleicher Länge aufgebaut. Bestimme den Winkel ε .



Hinweis: Betrachte das Dreieck AMB .

3. Unter welchem Winkel schneiden sich die Kurven $f : y = \frac{1}{x}$ und $g : y = \sqrt{x^2 - 2}$?
4. Die Kurve mit der Gleichung $y^2 = x(1 - \frac{x}{3})^2$ bildet eine Schleife.
 - (a) Berechne die Koordinaten des höchsten und des tiefsten Punktes der Schleife.
Hinweis: Bringe die Kurvengleichung auf die Form $y = \pm f(x)$.
 - (b) Skizziere die Kurve.
 - (c) Berechne den Flächeninhalt innerhalb der Schleife sowie ihre Länge.
5. Ein Kreis k und eine Parabel p (mit senkrechter Symmetrieachse) gehen beide durch die drei Punkte $A(4/0)$, $B(8/8)$ und $C(0/8)$.
 - (a) Wie lauten die Koordinatengleichungen der beiden Kurven?
 - (b) Bestimme die Schnittwinkel.
 - (c) Berechne die Flächeninhalte der drei Bereiche, in welche die Parabel die Kreisfläche teilt.
6. Ein senkrechtes Prisma mit einer quadratischen Grundfläche soll in einer Kugel vom Radius r Platz finden. Wie gross muss die Grundkante a gewählt werden, wenn das Prisma eine maximale Oberfläche haben soll, und welchen Anteil (in %) vom Kugelvolumen macht das Prismenvolumen aus?
7. Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 2}{x^2 - 2}.$$

- (a) Führe eine vollständige Kurvendiskussion durch, und zeichne den Graphen von f .

- (b) Berechne das unbestimmte Integral $\int f(x) dx$.
 - (c) Berechne den Flächeninhalt des Bereiches, der von der Kurve, der x -Achse und der y -Achse begrenzt wird.
8. Betrachte die Kurve $y = \sin x + \frac{1}{2} \sin(2x)$ im Bereich $[0, 2\pi]$.
- (a) Ermittle alle Nullstellen, Extrema und Wendepunkte der Kurve (im Bogenmass).
 - (b) Zeichne die Kurve (x im Bogenmass).
 - (c) Berechne den Flächeninhalt des Bereiches, der von der Kurve und der x -Achse eingeschlossen wird.
9. Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^2 e^{-x}$.
- (a) Ermittle die Nullstellen, Extrema und Wendepunkte des Funktionsgraphen.
 - (b) Skizziere die Kurve mit Hilfe dieser Punkte.
 - (c) Berechne $\int x^2 e^{-x} dx$ (mit partieller Integration).
 - (d) Die Kurve $k_1 : y = e^{-x}$ schliesst mit dem Graphen von f ein endliches Flächenstück ein. Berechne dessen Inhalt.
 - (e) In welchem Verhältnis teilt die y -Achse diese Fläche?
 - (f) Die Kurve $k_2 : y = \frac{a}{x^2}$ berühre den Graphen von f . Berechne den Parameter a und die Koordinaten des Berührungspunktes.
10. Ein Kreis mit Mittelpunkt $M(0/R)$ und Radius r ($< R$) wird um die x -Achse rotiert. Berechne das Volumen des entstehenden Torus.
11. Blutgruppe A tritt bei 42% der Menschen auf, Blutgruppe B bei 10%, Blutgruppe AB bei 4% und Blutgruppe 0 bei 44%. Menschen mit Blutgruppe A und Menschen mit Blutgruppe 0 haben mit Wahrscheinlichkeit 0.85 den Rhesusfaktor R+. Dagegen tritt bei Menschen mit Blutgruppe B Rhesusfaktor R+ nur noch mit Wahrscheinlichkeit 0.8 auf und bei Menschen mit Blutgruppe AB sogar nur noch mit Wahrscheinlichkeit 0.75.
- (a) Berechne die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des Rhesusfaktors R+.
 - (b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mensch mit Rhesusfaktor R+ der Blutgruppe AB angehört?
12. Bei einer Blinddegustation von verschiedenen Cola-Sorten erhält eine Testperson (in unbekannter Reihenfolge) vier Degustationsmuster von C-, M-, P- und V-Cola. Diese soll sie den vier Sorten zuordnen.
- (a) Die Zufallsvariable X bezeichne die Anzahl richtig zugeordneter Proben. Welche Verteilung besitzt X bei einem Tester, der nicht aufgrund des Geschmacks entscheidet sondern nur durch rein zufälliges Raten?
 - (b) Berechne den Erwartungswert $E[X]$, die Varianz $\text{Var}(X)$ sowie die Standardabweichung $\sigma(X)$ (unter obiger Annahme),
 - (c) Angenommen, ein Dutzend Testpersonen entscheidet nur durch Raten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit identifizieren dann mehr als zwei Tester alle Proben korrekt?