

## Strahlensätze Übungsblatt mit Lösungen

1. Ziehe durch den Punkt  $D$  der Seite  $\overline{AB}$  eines Dreiecks  $ABC$  die Parallele zu  $BC$ . Diese schneidet  $AC$  in  $E$ . Ziehe durch  $C$  die Parallele zu  $EB$ . Diese schneidet (die Verlängerung von)  $AB$  in  $F$ . Beweise, dass gilt

$$\overline{AB} : \overline{AF} = \overline{AD} : \overline{AB}.$$

2. Drei Gerade  $a$ ,  $b$ , und  $c$  schneiden sich in einem Punkt  $P$ , der zwischen zwei Parallelen  $g$  und  $h$  liegt.  $a$  und  $b$  schneiden von  $g$  und  $h$  (in dieser Reihenfolge) je eine Strecke der Länge  $r$  bzw.  $s$  heraus,  $b$  und  $c$  je eine der Länge  $u$  bzw.  $v$ .
- (a) Welche Beziehung besteht zwischen  $r$ ,  $s$ ,  $u$  und  $v$ ?
- (b) Gilt diese Beziehung auch, wenn  $P$  ausserhalb der beiden Parallelen liegt?
3. In welchem Verhältnis teilen sich die Diagonalen eines Trapezes?
4. Gegeben ist ein Parallelogramm  $ABCD$ . Ziehe die Diagonale  $\overline{BD}$ , und verbinde die Ecke  $A$  mit dem Mittelpunkt  $M_{BC}$  der Seite  $\overline{BC}$ . In welchem Verhältnis teilen sich die beiden Strecken?
5. Zwei Dreiecke mit der gleichen Grundseite und gleicher Höhe werden durch eine Parallele zur gemeinsamen Grundseite geschnitten. Zeige, dass die Abschnitte der Parallelen innerhalb der beiden Dreiecke gleich lang sind.

*Lösungen:*

1.  $\overline{AB} : \overline{AF} = \overline{AE} : \overline{AC}$  und  $\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{AD} : \overline{AB}$ .
2.  $r : s = u : v$ . Ja.
3. Im Verhältnis der parallelen Seiten.
4. 2 : 1 (Vergleiche auch mit Aufgabe 3.)
5. Seien  $a = \overline{AB}$  die gemeinsame Grundseite,  $C_1$  und  $C_2$  die dritten Ecken der beiden Dreiecke sowie  $x_1 = \overline{P_1Q_1}$  und  $x_2 = \overline{P_2Q_2}$  die beiden Abschnitte auf der Parallelen. Es gelten

$$\begin{aligned}x_1 : a &= \overline{C_1P_1} : \overline{C_1A} && \text{(zweiter Strahlensatz),} \\ \overline{C_1P_1} : \overline{C_1A} &= \overline{C_2P_2} : \overline{C_2A} && \text{(erster Strahlensatz),} \\ \overline{C_2P_2} : \overline{C_2A} &= x_2 : a && \text{(zweiter Strahlensatz).}\end{aligned}$$

Aus  $x_1 : a = x_2 : a$  folgt  $x_1 = x_2$ .