

Goniometrische Gleichungen Zusammenfassung und Übungsblatt

Bei der Lösung von goniometrischen Gleichungen helfen oft einer oder mehrere der folgenden Schritte:

- Mehrere verschiedene Winkelfunktionen durch eine einzige ersetzen
(z. B. mit $\cos x = \pm\sqrt{1 - \sin^2 x}$)
- Funktionen von Winkelvielfachen auf Funktionen von einfachen Winkeln zurückführen
(z. B. mit $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$)
- Substituieren
(z. B. $u := \sin x$)
- Terme in Produkte verwandeln
(durch Ausklammern oder mit den Formeln zur Umformung von Summen in Produkte)
- Rationalisierungsformeln verwenden

Üblicherweise werden nur die Lösungen im Intervall $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ angegeben.

Beispiele:

1. $2 \cos^2 x - 7 \cos x + 3 = 0$
2. $\sin^2 x - 3 \cos^2 x = 1$
3. $\cos x + \cot x = 1 + \sin x$
4. $\sin^2 x - 6 \cos^2 x + \sin x \cos x = 0$
5. $\sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x}$
6. $2(1 - \cos 2x) = 3 \sin 2x$
7. $12 \sin^2 x - 7 \sin x \cos x = 12 \cos^2 x$
8. $\sin(60^\circ + x) = 2 \sin(60^\circ - x)$
9. $\cos 2x = 3 \cos x - 2$
10. $\frac{\sin x}{1 - \cos x} = \tan x$
11. $\sin x + \sin 2x = 0$
12. $\cos x + \cos 2x = 0$
13. $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$
14. $\sin x - \sin 2x + \sin 3x - \sin 4x = 0$
15. $1 - \cos 2x + \sin 3x - \sin x = 0$
16. $\tan x + \tan 2x - \tan 3x = 0$
17. $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{2}{3}$