

Termumformungen III: Bruchterme Zusammenfassung und Übungsblatt

- Um Bruchterme zu addieren (oder subtrahieren), geht man analog vor wie bei reinen Zahlbrüchen: Man zerlegt alle Nenner in Faktoren, bestimmt den Hauptnenner (d. h. das Produkt mit kleinstmöglicher Anzahl Faktoren, das alle Nenner als Faktoren enthält), erweitert auf den Hauptnenner und addiert (subtrahiert) schliesslich die Zähler der erweiterten Brüche über dem Hauptnenner.

$$3x + \frac{6x}{7x-2} = \frac{3x(7x-2) + 6x}{7x-2} = \frac{21x^2}{7x-2}$$

- Bruchterme werden ebenfalls wie Zahlbrüche multipliziert („Zähler mal Zähler über Nenner mal Nenner“) und dividiert („Umstürzen und malnehmen“).

$$\begin{aligned} \frac{3mn}{7} \cdot \frac{14m}{11n} &= \frac{3mn \cdot 14m}{7 \cdot 11n} = \frac{6m^2}{11} \\ 25a^5 : \frac{15a^2}{4b^2} &= 25a^5 \cdot \frac{4b^2}{15a^2} = \frac{20a^3b^2}{3} \end{aligned}$$

- Doppelbrüche werden als Division von Bruchtermen aufgefasst oder mit dem Hauptnenner der beiden Nebenbrüche erweitert.

$$\frac{\frac{3a^2}{14x^2}}{\frac{9a}{7x}} = \frac{3a^2}{14x^2} \cdot \frac{14x^2}{9a} = \frac{3a^2}{9a \cdot 2x} = \frac{a}{6x}$$

Beispiele:

1. $\frac{a}{a+b} + \frac{a}{a-b}$
2. $\frac{3a}{4a-1} - \frac{2b+1}{3b}$
3. $\frac{3x-1}{2x^2-xy} - \frac{3y-2}{2xy-y^2}$
4. $\frac{3x-1}{7x^3y} - \frac{x^2+y}{2x^2y^2} - \frac{y^2-1}{3y^4}$
5. $\frac{1}{a} - \frac{2}{b} - \frac{5a-12b}{a^2-4ab+4b^2}$
6. $\frac{a^4+1}{a^4-1} + \frac{a^2+1}{a^2-1} - \frac{a+1}{a-1}$
7. $\frac{1}{3y-2z} - \frac{24y}{36y^2-16z^2} + \frac{2z}{(3y+2z)^2}$

8. $\frac{8-24z}{3x-y} \cdot \frac{18x-6y}{8z-24}$
9. $\frac{15x-5x^2}{x^2+x-6} \cdot \frac{4-x^2}{18-2x^2} \cdot \frac{2x^2+12x+18}{5x^2+10x}$
10. $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$
11. $\left(\frac{x^2}{x^2-y^2} + \frac{x}{x+y} - 1\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$
12. $(a^2 - 9b^2) : \frac{a+3b}{a-3b}$
13. $\frac{9p^2-36q^2}{3-r} : \frac{2p-4q}{r^2-9}$
14. $\left(\frac{1}{a} : \frac{1}{b}\right) : \frac{1}{ab}$
15. $\frac{21a^2b}{10c^2} : \left(\frac{5ab}{3c} + \frac{ab}{5c}\right)$
16. $\frac{a+\frac{b}{c}}{a-\frac{b}{c}}$
17. $\frac{a-\frac{a(b^2-a)}{b^2}}{b-\frac{b^3-a}{b^2}}$
18. $\frac{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}}{\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2}$
19. $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+x}}}$