

Quadratische Gleichungen und Funktionen Zusammenfassung und Übungsblatt

Die quadratische Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ besitzt die Lösungen

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Falls die *Diskriminante* $D = b^2 - 4ac > 0$, $= 0$ bzw. < 0 ist, existieren 2, 1 oder keine Lösungen. Die Lösungen entsprechen den Schnittpunkten der Parabel $y = ax^2 + bx + c$ mit der y -Achse.

Der Parameter a bestimmt die Öffnung der Parabel $y = ax^2$: Öffnung nach oben, falls $a > 0$; schlanke Öffnung, falls $|a|$ gross.

Die Parabel

$$y = a(x - u)^2 + v$$

ist die um u nach rechts und um v nach oben verschobene Parabel $y = ax^2$.

Die Parabel

$$y = ax^2 + bx + c$$

entsteht aus der Parabel $y = ax^2$ durch eine Verschiebung um $u = -\frac{b}{2a}$ nach rechts und um $v = c - \frac{b^2}{4a}$ nach oben. Ihre Scheitelkoordinaten (u/v) ergeben sich aus obigen Formeln, durch quadratisches Ergänzen oder aus $u = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $v = au^2 + bu + c$.

Beispiele:

1. $3x^2 - 4x - 4 = 0$
2. $\frac{1}{2}(x + 1)^2 = \frac{17}{8} - x$
3. Substitution! $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$
4. Bruchgleichung! $\frac{x+3}{x} - 5 = \frac{x}{x-2}$
5. Bestimme $\mathbb{L}$ in Abhängigkeit vom Parameter t : $tx^2 + 6x + 1 = 0$
6. Skizziere den Graphen von $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 - \frac{3}{2}$.
7. Skizziere den Graphen von $y = 2(x^2 + x - 6)$.
8. Bestimme die Funktionsgleichung (beide Formen!) einer nach oben offenen Normalparabel mit dem Scheitel $S(3/2)$.
9. Ermittle den Scheitel (drei Wege!) von $y = x^2 - 8x + 10$.
10. Bestimme die Gleichung einer Parabel (beide Formen!) mit dem Scheitel $S(1/4)$, die durch den Punkt $P(3/0)$ geht.
11. Ein Kino hat bei einem Eintrittspreis von 11 Fr. durchschnittlich 240 Besucher. Versuche haben ergeben: Würde das Kino den Eintrittspreis um 1 Fr., 2Fr. usw. erhöhen, so ginge die Besucherzahl um 10, 20 usw. zurück. Bei welchem Eintrittspreis sind die Einnahmen am grössten?