Logarithmen
Zusammenfassung und Übungsblatt

Der *Logarithmus* $\log_a x$ von x zur Basis a ist der *Exponent*, mit dem man a potenzieren muss, um x zu erhalten:

$$a^{\log_a x} = x \qquad (x > 0,\ 1 \neq a > 0)$$

Logarithmen zu speziellen Basen:

$$\begin{array}{ll} \lg x = \log_{10} x & \text{(Zehnerlogarithmus, dekadischer Logarithmus)} \\ \mathrm{lb}\, x = \log_2 x & \text{(Zweierlogarithmus, binärer Logarithmus)} \\ \log x = \ln x = \log_e x & \text{(natürlicher Logarithmus, } e \approx 2.71828182846\ldots) \end{array}$$

Es gelten die folgenden Logarithmengesetze ($x, y > 0$, $1 \neq a > 0$):

$$\begin{aligned} \log_a(x \cdot y) &= \log_a x + \log_a y \\ \log_a \frac{x}{y} &= \log_a x - \log_a y \\ \log_a \frac{1}{y} &= -\log_a y \\ \log_a(x^c) &= c \cdot \log_a x \quad (c \in \mathbb{R}) \\ \log_a x &= \frac{\log_b x}{\log_b a} \quad (1 \neq b > 0) \end{aligned}$$

Beispiele:

1. $\log_7 343$
2. $\log_5 \frac{1}{625}$
3. $\log_{\frac{1}{2}} 128$
4. $\log_{\frac{5}{4}} \frac{16}{25}$
5. $\log_{10} \sqrt{10}$
6. $\log_2 \sqrt[3]{2}$
7. $\log_{\frac{1}{7}} \sqrt{343}$
8. $\log_{0.2} \frac{1}{\sqrt[3]{3125}}$

9. $\log_a 1$
10. $\log_a \sqrt[5]{a^2}$
11. $\log_a \sqrt[7]{\frac{1}{a^3}}$
12. $\log_{\frac{1}{a^2}} \sqrt[3]{a^4}$

13. $\log_{x+4} 64 = 2$
14. $\log_{2x+5} 1 = 0$

15. $\log_a 2 + \log_a 3$
16. $3\log_a 2 + \log_a 4$
17. $\log_a 1 - \log_a 11 + \log_a 2$
18. $\log_a \sqrt[5]{243} - \log_a 6 + \log_a 2$

19. $\log_a u^3$
20. $\log_a(2c^4)$
21. $\log_a \frac{1}{\sqrt[3]{r^2 st}}$
22. $\log_a(\sqrt[3]{p} \cdot \sqrt[4]{2q})^2$

23. $\log_2(2x+6) - \log_2(x-2) = 2$
24. $\log_b(x^2 - 2x) - \log_b(x-2) = \log_b(2x-3)$
25. $\log_b \sqrt{x} + 3\log_b 2 = 2\log_b 3$
26. $\log_2 \sqrt[3]{5x-3} = 3$

27. $\log_2 x = \log_4 9$
28. $\log_2 x = \log_{\frac{1}{4}} 5$
29. $\log_5 \sqrt{x} = \log_{\sqrt{5}} 7$
30. $\log_9(1 + \log_2 x) = \log_3 2$