

Grenzwerte Zusammenfassung und Übungsblatt

- Grenzwert einer Folge:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 5n^2 - 1}{4n^3 + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{5}{n^2} - \frac{1}{n^3}}{4 + \frac{1}{n^2}} = \frac{3}{4}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3}{n^2 + 5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} - \frac{3}{n^2}}{1 + \frac{5}{n^2}} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^4 - 5n^3}{n^2 - n - 3} \text{ existiert nicht}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{2^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2^n}}{2} = \frac{1}{2}$$

- Grenzwert einer Funktion

- an der Stelle a :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+3)(x-2)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+3}{x-1} = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|} \text{ existiert nicht}$$

- für x gegen Unendlich:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} + \frac{\sin x}{x} \right) = 0$$

Beispiele:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - 2n}{4n^2 + 5n - 7}$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5(n-2)^3}{2(n-3)^5}$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{4} \right)^{n-1}$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 2}{5^{n+2}}$

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5(n+1)^3}{3(n+5)^2}$

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + 7n - 5}{(3n-1)^2}$

$$7. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1}}{5^{n+1}}$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3^{n-2}}{3^n}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{3x + 7}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x - 10}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x - 5|}{x - 5}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5 - 3x^3 + x}{2x(x - 1)}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{x^4 - 7}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 2x - 15}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2 + x}{x(x - 1)}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{|x| - 4}{x - 4}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x + 1}}{x}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 7x^3}{7x^4 - 3x^3}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{x - 1}}$$

$$20. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2^x}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} + 2 \sin x \right)$$

$$22. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \sin x}{x}$$