

Exponentialgleichungen

Übungsblatt mit angewandten Aufgaben

1. In einem Teich von 800 m^2 Fläche sind anfänglich 2.4 m^2 von einer Algenart bedeckt. Die Algen vermehren sich so schnell, dass sich die bedeckte Fläche A jede Woche verdreifacht.
 - (a) Wie lautet die Funktionsgleichung $A = A(t)$? (t : Zeit in Tagen)
 - (b) Nach wievielen Tagen ist der ganze Teich von Algen bedeckt?
2. Die Anzahl Keime in roher Kuhmilch wächst exponentiell. Zwei Stunden nach dem Melken enthält 1 cm^3 Milch 8000 Keime, nach einer weiteren Stunde sind es 27000 Keime.
 - (a) Wie viele Keime enthält 1 cm^3 Milch 10 Minuten nach dem Melken?
 - (b) Wie viele Keime sind es nach einem Tag?
 - (c) Nach welcher Zeit enthält 1 cm^3 Milch eine Million Keime?
3. In lebenden Organismen besteht Kohlenstoff aus stabilen Atomkernen sowie zu einem Anteil von $3 \cdot 10^{-8} \%$ aus radioaktiven Atomkernen C 14, die durch kosmische Strahlung entstehen. Sobald ein Organismus stirbt, nimmt der C 14-Anteil mit einer Halbwertszeit von 5736 Jahren exponentiell ab.

Im Jahre 1960 stellte man in der Leinwand einer altägyptischen Königsmumie einen C 14-Anteil von $1.75 \cdot 10^{-8} \%$ fest. Datiere auf hundert Jahre genau.
4. Im Jahre 1626 verkauften Indianer die Insel Manhattan für 24 Dollar an einen Siedler namens Peter Minuit.
 - (a) Welchen Wert hätte dieser Betrag heute, wenn er damals bei einer Bank zu einem konstanten Jahreszinssatz von 6 % (4 %) angelegt worden wäre?
 - (b) In welchem Jahr würde der Betrag einen Wert von 100 Milliarden Dollar erreichen?
5. Eine Flasche Rotwein wird aus dem 8° C kalten Weinkeller in das 20° C warme Esszimmer geholt. Nach 10 Minuten hat sich der Wein um 2° C erwärmt. Die Differenz ΔT zwischen der Umgebungstemperatur und der Weintemperatur T in Abhängigkeit von der Zeit t wird beschrieben durch die Funktion
$$\Delta T(t) = 20^\circ - T(t) = c \cdot a^t.$$
 - (a) Bestimme a und c .
 - (b) Gib die Gleichung der Funktion $t \mapsto T(t)$ an, und zeichne ihren Graphen.
 - (c) Nach wievielen Minuten im Esszimmer hat der Wein die Trinktemperatur 18° C erreicht?