Ableitung I
Zusammenfassung und Übungsblatt

Die *(erste) Ableitung* $f'(x)$ einer Funktion $f(x)$ ist die *Steigung* ihrer Tangente an der Stelle x. Die Ableitung kann näherungsweise von Auge (sogenanntes „graphisches Ableiten“), mittels des Grenzwertes

$$f'(x) = \lim_{h\to\infty} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

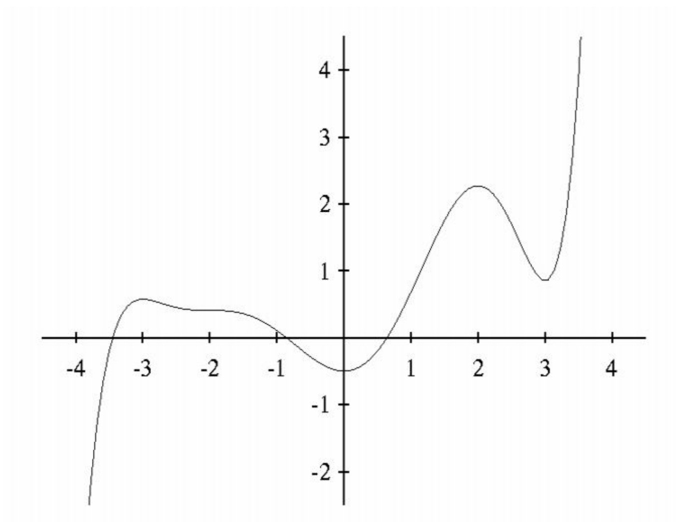
(„Differentialquotient“) oder mit Hilfe der *Ableitungsregeln* bestimmt werden:

$$\begin{array}{lrcl}
\text{Summenregel:} & [f(x)+g(x)]' & = & f(x)+g(x) \\
\text{Produktregel:} & [f(x)\cdot g(x)]' & = & f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x) \\
\text{Quotientenregel:} & \left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]' & = & \dfrac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{(g(x))^2} \\
\text{Kettenregel:} & f(g(x)) & = & f'(g(x))\cdot g'(x)
\end{array}$$

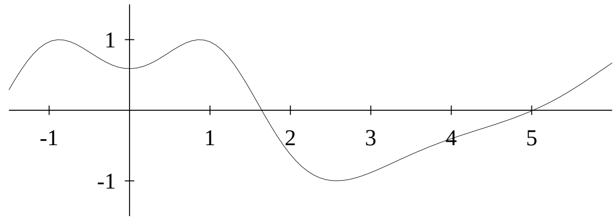
Merke insbesondere $(x^a)' = a \cdot x^{a-1}$ $(a \in \mathbb{R})$.

Beispiele:

1.



2.



3. $f(x) = x^2 - 2x$
4. $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$
5. $f(x) = \sqrt{2x+3}$
6. $f(x) = \sqrt{x^2+4}$

7. $f(x) = \dfrac{1}{x}$
8. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$
9. $f(x) = (3x^2 - 1)\sqrt{x}$
10. $f(x) = \dfrac{x^3+1}{x^2+x+1}$
11. $f(x) = \sqrt[4]{3x^3 - 7}$
12. $f(x) = \sqrt{x^2+2x-1} \cdot (x-1)$
13. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+4}}{x+1}$

1.– 2. graphisches Ableiten
3.– 6. als Grenzwert
7.–13. mit den Rechenregeln